

3 Забезпечення захисту інформації в системах зв'язку. Технічні засоби системи захисту інформації

УДК 621.791

ДИНАМІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ВІБРОПЕРЕТВОРЮВАЧІВ

Юлія Тимофєєва, Михайло Прокоф'єв

НДЦ „ТЕЗІС” НТУУ „КПІ”

Анотація: Проведено математичний аналіз для встановлення залежностей, що описують динамічні властивості віброперетворювачів на основі п'єзокерамічного елемента.

Summary: The math analysis is carried out to get dependencies which describe dynamic properties of piezoceramic vibratransformers.

Ключові слова: П'єзокерамічний віброперетворювач, динамічні властивості.

I Вступ

Для вирішення задач захисту мовної інформації від витoku технічними каналами на об'єктах інформаційної діяльності найчастіше застосовують комплекси активного захисту, в складі яких, використовують такі технічні засоби, як віброперетворювачі (ВП) [1]. Для перетворення енергії електричного сигналу у механічні коливання (вібрацію) елементів конструкції виділених приміщень у конструкціях ВП застосовують або п'єзокерамічні, або магнітодинамічні елементи [2]. Залежно від того, який конструктив захищається (стіни, вікна, система вентиляції чи опалення, тощо), застосовують різні конструкції ВП, що відрізняються розмірами, масою, вартістю та рівнем паразитного акустичного шуму, що створює ВП при своїй роботі.

Метою даної роботи було встановлення аналітичних залежностей для ВП на основі п'єзокерамічного елемента у вигляді тонкої пластини круглої форми, які б описували динамічні властивості ВП.

II Постановка задачі

Об'єктом досліджень була система, що складається з п'єзокерамічного елемента у вигляді тонкої пластини круглої форми, наклеєної з одного боку на мембрану – теж круглої форми, що змонтовані у корпусі ВП. До другого боку мембрани кріпиться тягар з масою m . Загальний вигляд конструкції ВП зображено на рис. 1. Корпус ВП своєю основою монтується безпосередньо на конструкції об'єкта, що захищається (на рисунку – скло).

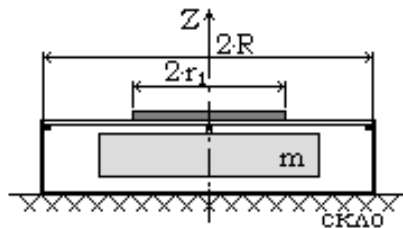


Рисунок 1 – Конструкція віброперетворювача

В задачі ставиться питання щодо визначення залежності (в аналітичній формі) між рівнем віброприскорень основи ВП та масою тягара, параметрами п'єзокерамічного елемента та мембрани (розмірами).

Для визначення математичної моделі динамічних характеристик ВП було використано рівняння коливань круглої мембрани [3], що дозволило визначити закон відхилення точок системи від стану спокою. Рішення задачі проходило з використанням програми MathCad.

III Основна частина

Кругла мембрана в стані спокою є колом радіуса R з центром на початку координат. Вводимо полярні координати: довжина радіус-вектора r і кут φ . Рівняння границі кола $r = R$. Вісь z співпадає з віссю ВП. На п'єзоелемент подається напруга у вигляді гармонічного сигналу з частотою 3000 Гц. При цьому у

п'єзоелементі відбувається перетворення електричних коливань у механічні. Оскільки п'єзоелемент жорстко прикріплено до мембрани, то коливання з п'єзоелемента передаються мембрані.

Рівняння коливань мембрани має такий вигляд [3]:

$$\frac{d^2U}{dt^2} = a^2 \cdot \left(\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dU}{dr} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{d^2U}{d\varphi^2} \right) + \frac{1}{\rho} \cdot G, \quad (1)$$

де $U = U(r, \varphi, t)$ – відхилення точок мембрани, функція полярних координат r , φ і часу t ; $G = G(r, t)$ – щільність розподілу зовнішніх сил; $a^2 = T/\rho$, де T – сила протидії відхиленню мембрани від положення рівноваги; ρ – щільність матеріалу мембрани;

Припускаємо, що розглянуті коливання симетричні за азимутом. Тоді функція $U(r, \varphi, t)$ не залежать від кута φ . Рівняння коливання мембрани спрощується:

$$\frac{d^2U}{dt^2} = a^2 \cdot \left(\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dU}{dr} \right) + \frac{1}{\rho} \cdot G(r, t). \quad (2)$$

У початковий момент часу на віброперетворювач напруга не подається, мембрана нерухома, тобто початкова швидкість дорівнює нулю $U'(r, 0) = 0$. Початкове відхилення $U(r, 0)$ дорівнює величині $W(r)$, що є наслідком наявності сили тяжіння тягаря. Розглянемо варіант максимального відхилення мембрани з п'єзоелементом, коли сила тяжіння діє паралельно осі z .

По периметру мембрана закріплена так, що коливання передаються на корпус, а з нього на конструктив виділеного приміщення.

Рішення рівняння (2) зводиться до розв'язання трьох задач, що у сумі дають бажаний результат – визначити значення:

- власних коливань мембрани за умови жорсткого закріплення по периметру (нульові крайові умови) – $p(r, t)$;
- власних коливань мембрани за наявності ненульових крайових умов, тобто по периметру мембрана відхиляється за визначеним законом – $q(r, t)$;
- вимушених коливань мембрани за відсутності початкового відхилення та за умови жорсткого закріплення по периметру – $w(r, t)$.

Тоді загальне рішення матиме вигляд:

$$U(r, t) = p(r, t) + q(r, t) + w(r, t). \quad (3)$$

Функцію $p(r, t)$ вибираємо так, щоб вона задовольняла однорідному рівнянню:

$$\frac{d^2U}{dt^2} = a^2 \cdot \left(\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dU}{dr} \right) \quad (4)$$

і умовам $U(r, 0) = W(r)$, $U'(r, 0) = 0$, $U(R, t) = 0$, тобто початкове відхилення дорівнює $W(r)$, початкова швидкість дорівнює нулеві і мембрана жорстко закріплена по периметру (амплітуда коливання при $r = R$ дорівнює нулеві) [3].

Рішення рівняння (4) має вигляд [3]:

$$p(r, t) = \sum_{k=1}^{\infty} [(A_k \cdot \cos(\mu_k \cdot a \cdot t) + B_k \cdot \sin(\mu_k \cdot a \cdot t)) \cdot J_0(\mu_k \cdot r)], \quad (5)$$

де $J_0(\mu_k \cdot r)$ – функція Бесселя першого роду нульового порядку, $\mu_k = \omega_k/R$, де ω_k – корені рівняння $J_0(a_k) = 0$.

Коефіцієнти A_k і B_k підбираються таким чином, щоб виконувалися початкові умови, а саме, коефіцієнти A_k визначаються з умови початкового відхилення, а B_k – з умови початкової швидкості. Оскільки початкова швидкість дорівнює нулеві, то коефіцієнти $B_k = 0$.

Коефіцієнти A_k дорівнюють [3]:

$$A_k = \frac{2}{J_1^2(\omega_k)} \cdot \int_0^R x \cdot J_0(\omega_k \cdot x) \cdot U(R \cdot x, 0) dx. \quad (6)$$

На графіках числові значення наведені для ВП на основі п'єзокерамічного елемента $\varnothing 28$ мм марки

ЦТС19, наклеєного на мембрану \varnothing 45мм з берилієвої бронзи марки Бр.Б2. Корпус ВП виготовлений з сплаву Д16Т.

Залежність $p(r,t)$ від часу представлена на рис. 2. Амплітуда коливань корпусу ВП наведена в міліметрах, час – в секундах.

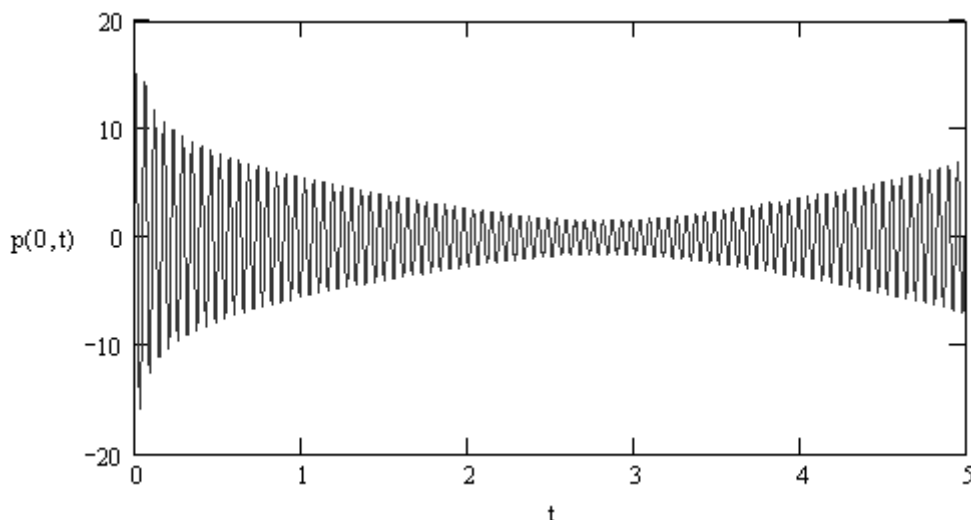


Рисунок 2 – Залежність власних коливань мембрани від часу (за умови жорсткого закріплення по периметру)

Функцію $q(r,t)$ вибираємо так, щоб вона задовольняла однорідному рівнянню (4) та умовам $U(r,0) = 0$, $U'(r,0) = 0$, $U(R,t) = \Delta(t)$, тобто за відсутності початкового зміщення та швидкості, але за наявності власного закону коливання по периметру.

Функція $q(r,t)$ повинна мати вигляд:

$$q(r,t) = \Delta(t) \cdot \frac{r}{R}, \quad (7)$$

де $\Delta(t)$ – закон відхилення мембрани по периметру.

Відхилення (прогин) мембрани визначається за аналогією з прогином балки, на яку діє розподілене навантаження:

$$\Delta(t) = \frac{Q \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)}{384 \cdot Y \cdot J_m} \cdot [8 \cdot (2 \cdot R)^3 - 4 \cdot (2 \cdot R)^2 \cdot 2 \cdot r_1 - (2 \cdot r_1)^3], \quad (8)$$

де f – частота коливань мембрани;

Q – розподілене навантаження, що дорівнює $Q = (\sigma \cdot S + T)/2 - W_k$;

$(\sigma \cdot S + T)/2$ – реакція корпусу на згинаючий момент;

σ – механічна напруга, що створюється п'єзоелементом;

S – площа п'єзоелемента;

W_k – сила тяжіння копуса;

J_m – мінімальний момент інерції перетину, що дорівнює $(2 \cdot R)^3 \cdot h/12$;

Y – модуль пружності матеріалу мембрани.

Функція $w(r,t)$ повинна задовольняти неоднорідному рівнянню (2) та умовам $U(r,0) = U'(r,0) = 0$, $U(R,0) = 0$ [4].

Рішення неоднорідного рівняння варто шукати у вигляді:

$$w(r,t) = \sum_{k=1}^{\infty} w(t,k) \cdot J_0(\mu_k \cdot r), \quad (9)$$

де

$$w(t,k) = \frac{1}{\rho \cdot \mu_k \cdot a} \cdot \int_0^t C(t,k) \cdot \sin[\mu_k \cdot a \cdot (t - \tau)] d\tau, \quad (10)$$

$$C(t, k) = \frac{2}{R^2 \cdot J_1^2(\omega_k)} \cdot \int_0^R x \cdot G(r, t) \cdot J_0(\mu_k \cdot r) dr, \quad (11)$$

де ω_k – пронумеровані в порядку зростання позитивні корені функції Бесселя;

$J_1(x)$ – функція Бесселя першого роду першого порядку.

Залежність $w(r, t)$ від часу наведена на рис. 3 (амплітуда коливань наведена в мікрометрах).

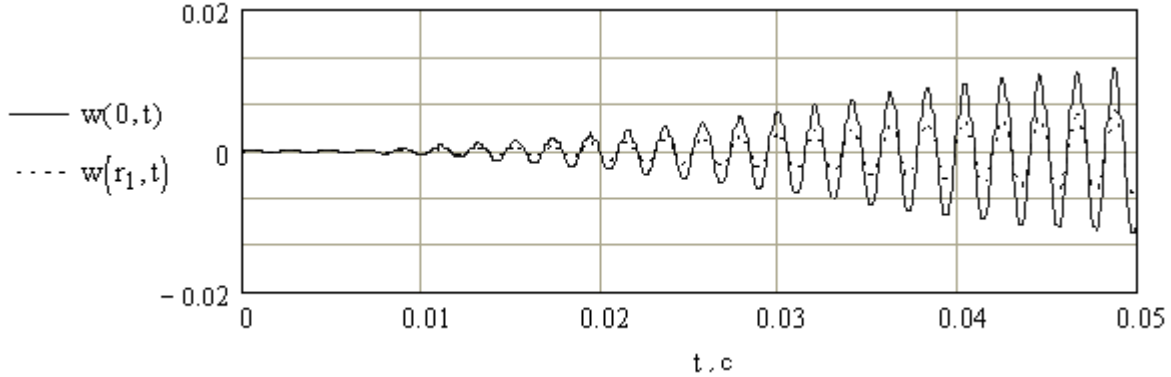


Рисунок 3 – Амплітуда вимушених коливань мембрани за відсутності початкового відхилення та за умови жорсткого закріплення по периметру

Остаточне рішення знаходиться як сума всіх попередніх рішень і має вигляд:

$$U(r, t) = \sum_{k=1}^{\infty} [(A_k \cdot \cos(\mu_k \cdot a \cdot t) + w(t, k)) \cdot J_0(\mu_k \cdot r)] + \frac{Q \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)}{384 \cdot Y \cdot Jm} \cdot [8 \cdot (2 \cdot R)^3 - 4 \cdot (2 \cdot R)^2 \cdot 2 \cdot r_1 - (2 \cdot r_1)^3] \cdot \frac{r}{R}, \quad (12)$$

При $r = R$ перша складова вироджується в нуль, тому що функція Бесселя від ω_k дорівнює нулеві. По периметру коливання мембрани визначатимуться тільки $q(r, t)$

Залежність віброприскорення по периметру мембрани (друга похідна від відхилення) від часу має вигляд, зображений на рис. 4.

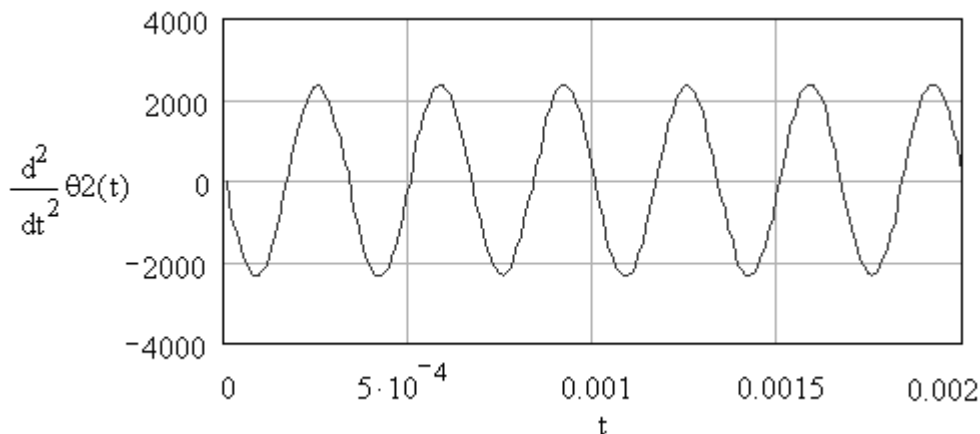


Рисунок 4 – Залежність віброприскорення, що створює ВП, від часу

Залежності між рівнем віброприскорень основи ВП та масою тягара, параметрами п'єзокерамічного елемента (розмірами) та сигналу збуджуючого генератора шуму, енергія якого перетворюється п'єзокерамічним елементом, вигляд, зображений на рис. 5 (віброприскорення наведено в m/s^2):

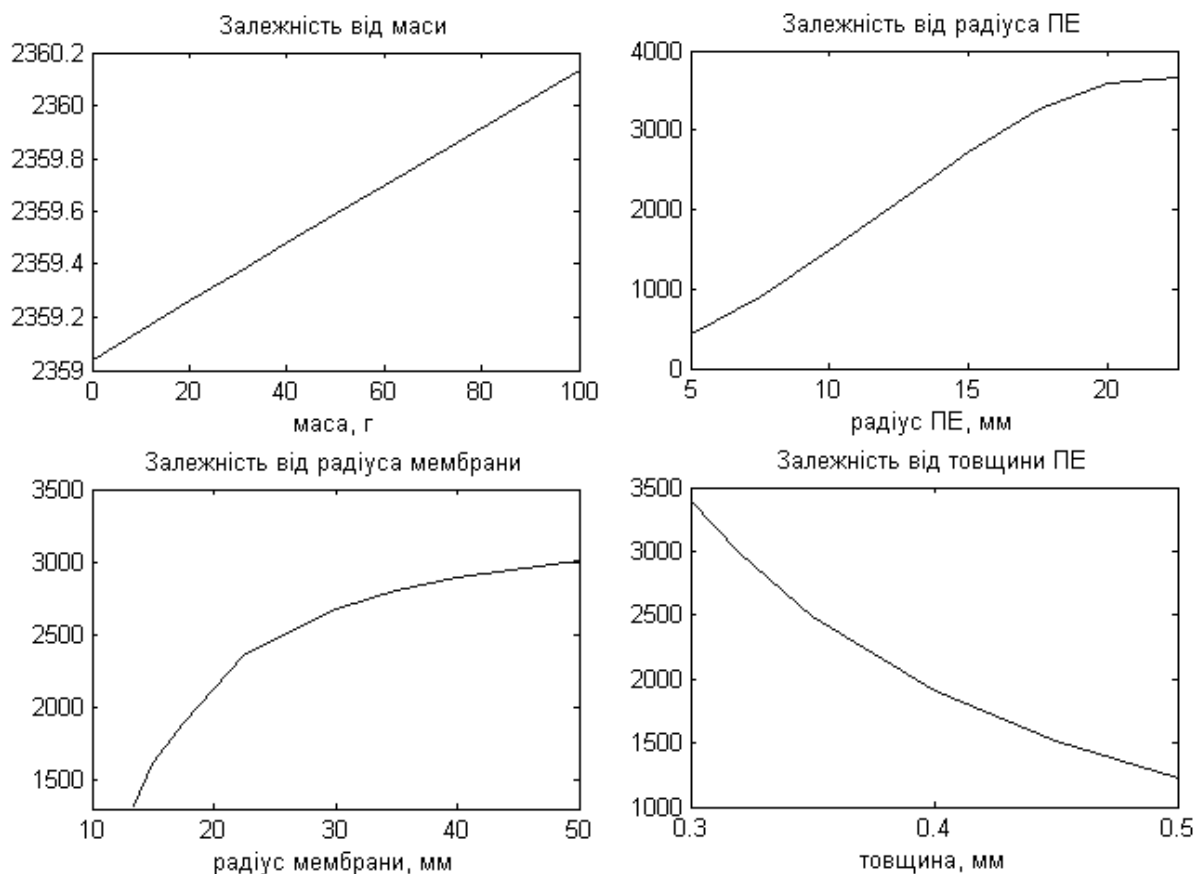


Рисунок 5 – Залежності між рівнем віброприскорення основи ВП та масою тягаря, параметрами п'єзокерамічного елемента та мембрани

IV Висновки

За результатами проведеного аналізу можна зробити наступні висновки.

- Знайдена математична модель описує динамічні характеристики віброперетворювача на основі п'єзоелемента.
- На максимальне відхилення точок мембрани найбільше впливають розміри п'єзоелемента, а найменше – маса тягаря.
- При збільшенні маси тягаря, діаметра п'єзоелемента та мембрани, спостерігається збільшення амплітуди коливань основи ВП.
- При зменшенні товщини п'єзоелемента спостерігається збільшення амплітуди коливань мембрани.

Література: 1. В. Галанский, Н. Ващенко, Т. Королев, А. Лаврентьев, А. Сигаев. Сравнительный анализ характеристик систем виброакустического зашумления. В сб.: Правове, нормативне та метрологічне забезпечення системи захисту інформації в Україні. – Науково-технічний збірник. – Випуск 7.– Тезис” НТУУ “КПІ”. – 2003.- с. 217 – 224. 2. И. Васильченко, И. Кравченко. Магнитоэлектрические виброизлучатели с уменьшенным уровнем акустического излучения. ЭКис, №8, 2003, – с.44 – 45 3. Араманович И. Г., Левин В. И. Уравнения математической физики.— М., 1969. — 288 с. 4. Рівняння математичної фізики: Лекції та практичні заняття: Навч. посібник / Е. Х. Назієв. — К.: ІСДО, 1994. — 232 с. 5. Общотехнический справочник / под. ред. проф. Малова А. Н., М., "Машиностроение", 197, – 464 с.