

вимірювань оптичної густини матеріалів. 3. Международный стандарт ISO 5/1-1984 Фотография – Денситометрия. Термины, буквенные обозначения и форма записи. 4. Ишанин Г. Г. Приемники оптического излучения оптических и оптико-электронных приборов. – Л.: Машиностроение, 1986. – 175 с. 5. Богачкин В. А., Втулкин П. П., Дрожбин Ю. А. и др. // Фотометрия и ее метрологическое обеспечение: Тез. Докл. 5 Всесоюзной научно-технической конф. – М.: ВНИИОФИ. – 1984. – с. 149. 6. Балабан В. М., Грищенко Л. В., Мунтян К. И. // Метрологія в електроніці – 2000: Наук. праці III Міжнар. наук.-техн. конф. у 2-х томах. Т.2. – Харків: ХДНДМ, 2000. – С. 101-103. 7. The International Temperature Scale of (ITS-90) // Metrologia. – 1990. – V.27. P. 3–10. 8. ДСТУ Метрологія. Державна повірочна схема для засобів вимірювань спектральної густини енергетичної яскравості, спектральної густини сили випромінювання та спектральної густини. 9. ДСТУ Метрологія. Державна повірочна схема для засобів вимірювань середньої потужності та енергії лазерного випромінювання великих рівнів. 10. Грищенко Л. В., Демин О. А., Мачехин Ю. П. // Український метрологічний журнал. – 2000.– Вип.1 – С.54–57. 11. Захаров Э. П., Павленко Ю. Ф. Эталоны в области электроизмерений. Справочное пособие. – М.: Горячая линия – Телеком. – 2008. – 192 с.: ил. ISBN 978-5-9912-0032-5.

УДК 004:621.396.62

## РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ НЕЛИНЕЙНОСТИ ХАРАКТЕРИСТИК БИПОЛЯРНЫХ ТРАНЗИСТОРОВ ПРИ НЕЛИНЕЙНОЙ ЛОКАЦИИ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПРИБОРОВ

Владимир Чумаков

Академия ВМС им. П. С. Нахимова

*Анотація:* Наведено результати аналізу вольтамперних характеристик (ВАХ) біполярних транзисторів та отримано вирази для параметрів нелінійності. Показано можливість розрахунку режиму транзистора, за якого отримуються певні значення параметрів нелінійності. Розглянуто перспективи використання отриманих результатів в системах технічного захисту інформації.

*Summary:* Analysis results of volt-ampere characteristics (VAC) of bipolar transistors are shown and expressions are got for the parameters of non-linearity. Possibility of calculation of the regime of transistor which the defined values of parameters of non-linearity turn out for is shown. Perspectives of results using in systems of information defence are observed.

*Ключевые слова:* Нелинейность, биполярный транзистор, вольтамперная характеристика, крутизна, гармоника тока.

### I Введение

Для обнаружения средств несанкционированного доступа к информации в системах информационной безопасности используется метод нелинейной локации [1]. Как правило, обнаружение радиосредств, содержащих полупроводниковые приборы, осуществляется по регистрации 2-й и 3-й гармоник зондирующих радиосигналов, переизлученных в результате нелинейности ВАХ полупроводникового прибора. Основу элементной базы современных радиосредств составляют транзисторы, поэтому именно реакция нелинейных структур транзисторных компонентов определяет величину отклика на входе обнаружителя. Представляется актуальным получить оценку амплитудной зависимости относительного уровня реакции транзистора расчетным путем на основе модели транзистора. Рассмотрим модель биполярного транзистора и рассчитаем параметры нелинейности ВАХ.

### II Модель биполярного транзистора

В активном режиме в схеме с общим эмиттером (ОЭ) статические характеристики транзистора в модели Эберса–Молла описываются выражениями [2]

$$i_{\kappa} = I_{e0} \frac{\alpha}{1 - \alpha \alpha_u} \left( e^{\frac{q u_{\delta}}{kT}} - 1 \right) - I_{\kappa 0} \frac{1}{1 - \alpha \alpha_u} \left[ e^{\frac{q(u_{\kappa} - u_{\delta})}{kT}} - 1 \right], \quad (1)$$

$$i_{\delta} = I_{e0} \frac{1 - \alpha}{1 - \alpha \alpha_u} \left( e^{\frac{q u_{\delta}}{kT}} - 1 \right) + I_{\kappa 0} \frac{1 - \alpha_u}{1 - \alpha \alpha_u} \left[ e^{\frac{q(u_{\kappa} - u_{\delta})}{kT}} - 1 \right], \quad (2)$$

где  $\alpha$  – коэффициент передачи тока эмиттера,  $\alpha_u$  – коэффициент передачи тока в инверсном режиме,  $I_{e0}$  – обратный ток эмиттерного перехода при обрыве эмиттера и запирающем напряжении на базе  $|u_{\bar{o}}| \gg \frac{kT}{q}$ ,  $I_{\kappa 0}$  – обратный ток коллекторного перехода при обрыве эмиттера и запирающем напряжении на коллекторном переходе  $|u_{\kappa} - u_{\bar{o}}| \gg \frac{kT}{q}$ ,  $q$  – заряд электрона,  $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – абсолютная температура.

Параметр  $\frac{kT}{q} = \frac{1}{a}$ , который входит в модель, называется температурным потенциалом, его величина при комнатной температуре составляет 26 мВ. В выражениях (1), (2) полярность напряжений соответствует активному режиму транзистора, при котором эмиттерный переход открыт, а коллекторный – заперт. Если учесть, что в активном режиме выполняются условия  $|u_{\kappa} - u_{\bar{o}}| \gg \frac{1}{a}$   $\alpha I_{e0} = \alpha_u I_{\kappa 0}$ , а токи идеализированного транзистора не зависят от напряжения коллектора, то модель упрощается

$$i_{\kappa} \approx I_{\kappa 0} \frac{\alpha_u}{1 - \alpha \alpha_u} e^{au_{\bar{o}}} + I_{\kappa 0} \frac{1 - \alpha_u}{1 - \alpha \alpha_u}, \quad (3)$$

$$i_{\bar{o}} \approx i_{\kappa} / \beta - I_{\kappa 0}, \quad (4)$$

где  $\beta$  – коэффициент передачи тока базы в схеме с ОЭ.

В реальном транзисторе необходимо подставить в выражение (4) вместо  $u_{\bar{o}}$  напряжение на эмиттерном переходе:  $u_{\bar{o}e} = u_{\bar{o}} - i_{\bar{o}} r'_{\bar{o}}$ , где  $r'_{\bar{o}}$  – распределенное сопротивление базы. Примем также, что  $\frac{\alpha_u}{1 - \alpha \alpha_u} = 1$ , и в результате получим формулу для проходной характеристики транзистора [3]

$$i_{\kappa} = I_{\kappa 0} \left[ e^{\frac{q(u_{\bar{o}} - r'_{\bar{o}} i_{\bar{o}})}{kT}} - 1 \right]. \quad (5)$$

Выражение (5) представляет собой неявную функцию, поскольку в правую часть также входит ток коллектора, связанный с током базы соотношением (4), поэтому при анализе ВАХ обычно используется обратная функция ВАХ, которая имеет вид

$$u_{\bar{o}} = \frac{kT}{q} \left( \ln \frac{i_{\kappa}}{I_{\kappa 0}} + \frac{q r'_{\bar{o}}}{kT} i_{\kappa} \right), \quad (6)$$

где принято, что  $i_{\bar{o}} = i_{\kappa} / \beta$ .

На рис.1 приведен график проходной ВАХ транзистора с параметрами  $I_{\kappa 0} = 1,2$  мкА,  $r'_{\bar{o}} = 200$  Ом,  $\beta = 120$ , построенный по формуле (6).

В усилительно– преобразовательном режиме рабочая точка транзистора располагается на начальном участке ВАХ, который характеризуется значительной нелинейностью, особенно в режиме сильного сигнала, когда приближение малого сигнала становится не справедливым. Поэтому выходной ток даже при гармоническом входном сигнале содержит спектральные компоненты кратных частот, амплитуды которых подлежат определению.

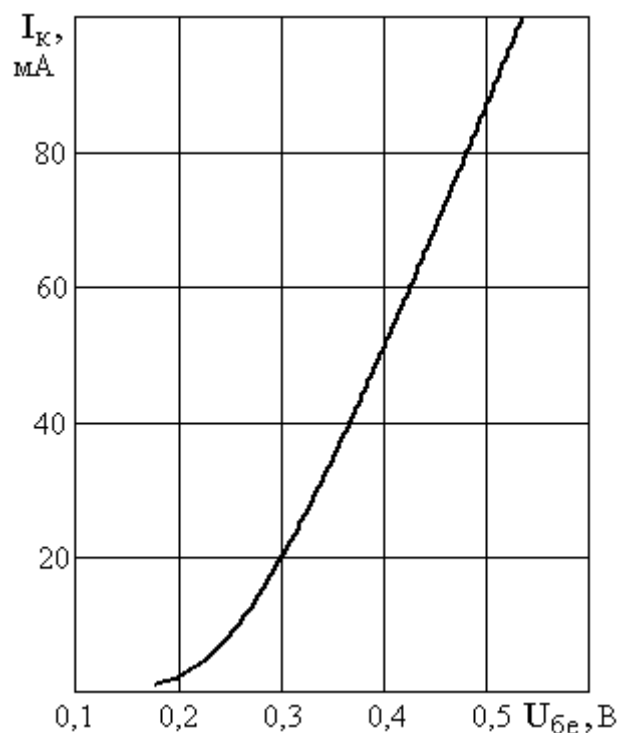


Рисунок 1 – Расчетная проходная ВАХ биполярного транзистора

### III Расчет параметров нелинейности

Используя известное из математики утверждение о формальности записи производной функции, найдем крутизну транзистора [4]

$$S = \frac{di_{\kappa}}{du_{\sigma}} = \frac{1}{\frac{du_{\sigma}}{di_{\kappa}}}, \quad (7)$$

и ее производные в виде

$$S' = \frac{d^2 i_{\kappa}}{du_{\sigma}^2} = \frac{dS}{du_{\sigma}} = \frac{d}{di_{\kappa}} \left( \frac{di_{\kappa}}{du_{\sigma}} S \right) = \frac{d}{di_{\kappa}} S^2, \quad (8)$$

$$S'' = \frac{d^3 i_{\kappa}}{du_{\sigma}^3} = \frac{dS'}{du_{\sigma}} = \frac{d}{di_{\kappa}} \left( \frac{di_{\kappa}}{du_{\sigma}} S' \right) = \frac{d}{di_{\kappa}} (SS'). \quad (9)$$

Последовательное дифференцирование (7) дает

$$S = \frac{aI_{\kappa}}{1 + abI_{\kappa}}, \quad (10)$$

$$S' = \frac{2a^2 I_{\kappa}}{(1 + abI_{\kappa})^3}, \quad (11)$$

$$S'' = 4a^3 I_{\kappa} \frac{1 - abI_{\kappa}}{(1 + abI_{\kappa})^5}. \quad (12)$$

Здесь через  $I_{\kappa}$  обозначено значение тока коллектора в рабочем режиме. В результате получаем рекуррентную формулу для производной статической крутизны в такой форме

$$S^{(n-1)} = \frac{d^n i_{\kappa}}{du_{\delta}^n} = I_{\kappa} \frac{a^n P_{n-2}}{(1+y)^{2n-1}}, \quad (13)$$

где  $y = abI_{\kappa}$ ,  $P_{n-2}$  – полином степени  $n-1$  относительно  $y$ .

Выражение для тока с учетом формул (7) – (13) можно представить в виде ряда

$$i_{\kappa} = i_0 + Su_{\delta} + \frac{1}{2}S'u_{\delta}^2 + \frac{1}{6}S''u_{\delta}^3 + \dots + \frac{1}{n!}S^{(n-1)}u_{\delta}^n, \quad (14)$$

где переменная составляющая тока

$$i_{\kappa\sim} = Su_{\delta} + \frac{1}{2}S'u_{\delta}^2 + \frac{1}{6}S''u_{\delta}^3 + \dots + \frac{1}{n!}S^{(n-1)}u_{\delta}^n. \quad (15)$$

Пусть на входе действует гармоническое напряжение  $u = U_m \cos \omega t$ . Ограничивая ряд тремя членами разложения, рассмотрим важные для практики соотношения для параметров нелинейности ВАХ: относительные значений второй и третьей гармоники тока

$$i_{\kappa\sim} = SU_m \cos \omega t + \frac{1}{2}S'U_m^2 \cos^2 \omega t + \frac{1}{6}S''U_m^3 \cos^3 \omega t. \quad (16)$$

Амплитуды гармоник переменной составляющей тока в (16) получаются равными

$$I_{m1} = SU_m + \frac{1}{8}S''U_m^3, \quad I_{m2} = \frac{1}{4}S'U_m^2, \quad I_{m3} = \frac{1}{24}S''U_m^3. \quad (17)$$

Выражения для параметров нелинейности на основе (10), (11), (12) принимают вид

$$p_1 = \frac{S'}{S} = \frac{2a}{(1+y)^2},$$

$$p_2 = \frac{S''}{S} = \frac{4a^3 I_{\kappa} (1-y)}{(1+y)^4},$$

а формулы для относительных значений гармоник тока коллектора

$$\gamma_2 = \frac{I_{m2}}{I_{m1}} = \frac{2S'U_m}{8S + S''U_m^2} = \frac{2p_1 U_m}{8 + p_2 U_m^2} = \frac{aU_m (1+y)^2}{2(1+y)^2 + a^3 I_{\kappa} U_m^2 (1-y)}, \quad (18)$$

$$\gamma_3 = \frac{I_{m3}}{I_{m1}} = \frac{S''U_m^2}{24S + 3S''U_m^2} = \frac{p_2 U_m^2}{24 + 3p_2 U_m^2} = \frac{1}{3} \frac{a^3 I_{\kappa} U_m^2 (1-y)}{2(1+y)^4 + a^3 I_{\kappa} U_m^2 (1-y)}. \quad (19)$$

Теперь из (12) получим, например, условие, при котором  $S'' = 0$ , т. е. нелинейность ВАХ третьего порядка, будет отсутствовать. Приравнявая числитель (12) нулю, находим значение коллекторного тока транзистора в рабочей точке

$$I_{\kappa 0} = \frac{1}{ab} = \frac{kT}{qr_{\delta}'} \quad (20)$$

и соответствующее напряжение базы

$$u_{\delta 0} = \frac{1}{a} \left( \ln \frac{1}{abI_{\kappa 0}} + 1 \right) = \frac{kT}{q} \left( \ln \frac{\beta kT}{qr_{\delta}' I_{\kappa 0}} + 1 \right). \quad (21)$$

Приведем численные оценки полученных результатов. Значение температурного потенциала при  $T = 300$  К составляет 26 мВ, а характерное значение объемного сопротивления базы, начального тока коллектора и коэффициента усиления тока базы выберем равными соответственно 180 Ом, 10 мкА и 100. Подставляя эти значения в (20), (21), найдем координаты точки на проходной ВАХ транзистора, в окрестности которой параметр нелинейности имеет нулевое значение:  $i_{\kappa 0} = 0,14$  мА,  $u_{\delta 0} = 35,56$  мВ. С другой стороны, выражения (18), (19) позволяют рассчитать условия получения максимальных значений амплитуд второй и третьей гармоник коллекторного тока (рис. 2).

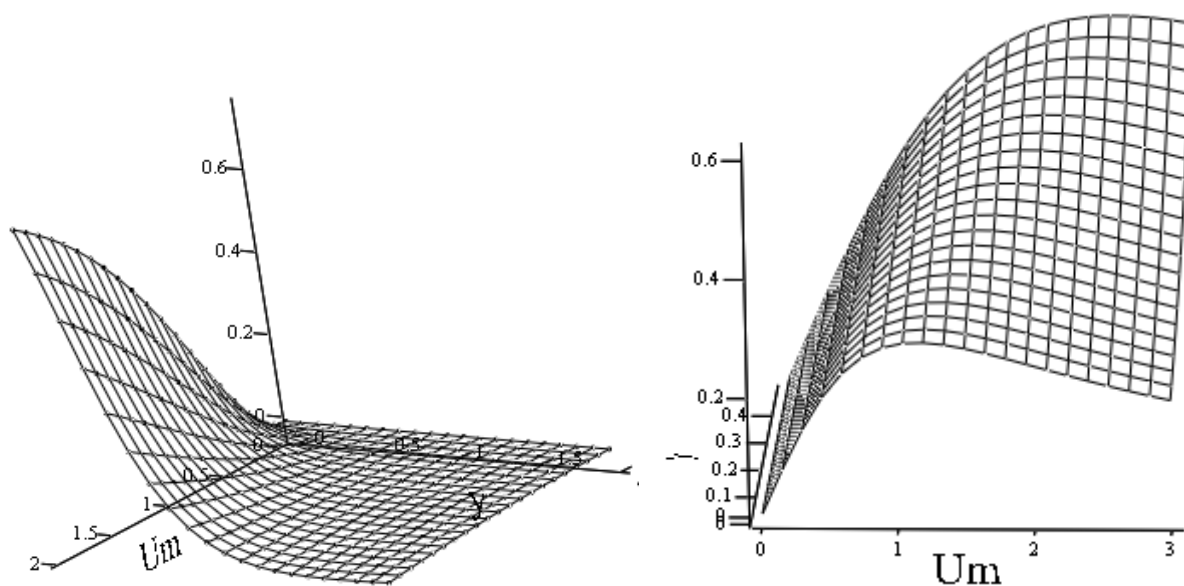


Рисунок 2 – Зависимости относительных амплитуд 2-й и 3-й гармоник тока коллектора от режима транзистора и амплитуды входного сигнала

Как видно, в рассматриваемом диапазоне величин  $U_m$  и  $u$  вторая гармоника тока имеет монотонную зависимость, в то время как при малых значениях  $u$  относительная амплитуда 3-й гармоники имеет экстремум. Решив уравнение  $\frac{\partial \gamma_3}{\partial U_m} = 0$ , можно определить значение амплитуды входного сигнала  $U_m$ , соответствующее максимальному значению амплитуды 3-й гармоники в спектре тока. Очевидно также, что величины  $\gamma_i$ , определяемые формулами (18), (19), фактически являются парциальными компонентами коэффициента нелинейных искажений  $\gamma$  и связаны с ним соотношением  $\gamma = \sqrt{\gamma_2^2 + \gamma_3^2}$ .

#### IV Выводы

Проведенный анализ позволяет оценить амплитудные зависимости параметров нелинейности биполярных транзисторов и рассчитать как режимы транзисторов, так и амплитуду входного гармонического сигнала, при которой наблюдаются максимальные значения амплитуд высших гармоник. Проведенные расчеты выполнены без учета влияния собственных шумов транзисторов и внешних флуктуационных воздействий. Широкие перспективы для анализа реакций полупроводниковых приборов с учетом шумов открывают исследования эффекта стохастического резонанса и методы нелинейного анализа на основе разложения в ряд Вольтерра [5, 6]. Дальнейшие исследования автора в данной области направлены на повышение эффективности средств обнаружения радиоэлектронных устройств несанкционированного доступа к информации и разработки методов модернизации нелинейных локаторов. Отметим также важность проведения экспериментальных исследований, в результате которых возможно определение параметров нелинейности конкретных типов полупроводниковых приборов.

*Литература:* 1. Хорошко В. А., Чекатков А. А. Методы и средства защиты информации. – К.: Изд-во Юниор, 2003.–504 с. 2. Маллер Р., Кеймингс Т. Элементы интегральных схем: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 630с. 3. Радиоприемные устройства / Под ред. Г. Д. Заварина. – М.: Воениздат, 1973. – 423 с. 4. Приймання та оброблення сигналів: Навчальний посібник для студентів усіх форм навчання напряму „Радіотехніка” / За заг. ред. В. І. Чумакова, Харків: ХНУРЕ.– 2006. – 296 с. 5. Анищенко В. С. Стохастический резонанс как индуцированный шумом эффект увеличения степени порядка / Анищенко В. С., Нейман В. Б., Мосс Ф., Шиманский–Гайер Л. // Успехи физических наук.–1999. – Т. 169. – № 1. – с. 7–37. 6. Харченко О. И. Расчету отклика нелинейной системы с памятью с применением рядов Вольтерра / О. И. Харченко, В. И. Чумаков, В. Л. Склярчук // Зб. наук. праць Академії ВМС ім. П. С. Нахімова. – 2010. № 3(3). – с. 110–115.