полученных различными лабораториями, необходимо учитывать рассеяние повторяемости результатов в лабораториях и межлабораторное рассеяние, т. е.

$$\sigma_R^2 = \sigma_L^2 + \sigma_r^2$$

Исходя из вышеизложенного, в качестве меры прецизионности межлабораторных испытаний можно использовать две величины:

- стандартное отклонение повторяемости:

$$\sigma_r = \sqrt{\mathrm{var}(e)}$$

- стандартное отклонение воспроизводимости:

$$\sigma_R = \sqrt{\sigma_L^2 + \sigma_r^2}$$

Для этих величин вводятся пределы повторяемости и воспроизводимости. Абсолютная разница между двумя результатами испытания, полученными соответственно в условиях повторяемости и условиях воспроизводимости, может быть равной или меньшей пределов повторяемости и восприимчивости соответственно с вероятностью 0,95.

III Выводы

Таким образом, прецизионность характеризует совпадение между независимыми результатами испытаний, полученными при оговоренных условиях различными лабораториями. Если окажется, что абсолютная разница между двумя результатами превосходит предельные значения, то следует искать в начале возможные нарушения условия повторяемости или воспроизводимости. Если таковых нет, то следует сделать заключение, что результаты, полученные лабораториями, неадекватно отображают истинное значение и их нельзя сопоставлять без дополнительной статистической обработки.

Рассмотренный подход позволяет при сопоставлении полученных результатов учесть влияние случайных факторов и специфические особенности лабораторий, что приводит к обоснованному принятию решений о существенности расхождения результатов и возможности совместного использования.

Литература: ***1***. *ДСТУ 3021-95. Випробування і контроль якості продукції. Терміни та визначення. Держстандарт України. Київ.* ***2***. *ISO 5725-94 Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results.* ***3.*** *Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 1977. – 479 с.*

УДК 681.2.088:004.891.3

ЭФФЕКТИВНОСТЬ АДДИТИВНОЙ И МУЛЬТИПЛИКАТИВНОЙ КОРРЕКЦИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРИ ДИАГНОСТИРОВАНИИ

Елена Кириченко
Национальный технический университет Украины “КПИ”

Анотація: **Проводиться порівняльний аналіз ефективності адитивної та мультиплікативної корекції систематичних інструментальних похибок засобу вимірювання, яка застосовується для підвищення вірогідності діагностування.**
Summary: **The efficiency of additive and multiplicate correction of instrumental errors is being investigated.**
Ключові слова: **Інструментальна похибка засобу вимірювання, адитивна корекція похибок, мультиплікативна корекція похибок, ефективність корекції.**

I Введение

Процедура диагностирования состояния объекта состоит из этапов измерения (восприятия) значения диагностического признака X и определения возможного состояния объекта (например, “исправного” или “неисправного”) на основании измеренного значения X. Качество проведенной процедуры количественно характеризуют точность и достоверность диагностирования. С помощью этих параметров оценивается влияние погрешности средств измерительной техники (СИТ) на результаты диагностирования.

Рассмотрим задачу диагностирования в ее вероятностной постановке при следующих условиях. Пусть диагностирование осуществляется по единственному признаку X, и множество возможных результатов диагностирования содержит два элемента $S = \{s_1, s_2\}$, т. е. объекты относятся к классам объектов в исправном и неисправном состояниях с нормальными законами распределения плотности вероятностей $f_1(x) = f(x, m_1, \sigma)$ и $f_2(x) = f(x, m_2, \sigma)$ соответственно.

Вследствие разброса значений диагностического признака X в вышеупомянутых классах может наблюдаться перекрытие их законов распределения, и, следовательно, возможна ошибочная классификация объектов. В этом случае диагностирование будет заключаться в отнесении объекта к одному из перечисленных классов на основании сравнения текущего значения диагностического признака с некоторым критическим значением $x_{\text{кр}}$, разделяющим классы между собой. Как показано в [1], выбор этого значения влияет на значение методической составляющей вероятности ошибочных решений $P_{ош}$, представляющей собой сумму вероятностей ошибок первого рода (отнесение исправного объекта к классу неисправных) и второго рода (признание неисправного объекта исправным).

Влияние систематической погрешности восприятия СИТ приводит к возникновению инструментальной составляющей ошибочных решений $P_{ош}$, которая обусловлена смещением и деформацией исходных законов распределения $f_1(x)$ и $f_2(x)$ из-за наличия аддитивной Δ и мультипликативной γ погрешностей СИТ. Для оценивания значения $\Delta P_{\text{ош}}$ в [2] был предложен подход, который основывается на понятии эквивалентного смещения критического значения $x_{\text{кр}}$, которое предполагает приведение влияния инструментальной погрешности ко входу [3]. При этом реальное решающее правило преобразуется таким образом, что для диагностического признака возможно выделение интервалов, где существует и сказывается влияние погрешности на результат диагностирования. Эти интервалы $\theta_{\text{кр}}$ называются эквивалентными интервалами смещения. На их основе выделяются области ошибочных решений, которые затем используются при анализе возможной ситуации и определении вероятности этих решений. Преимущество данного подхода заключается в том, что при его использовании нет необходимости в преобразовании исходных законов распределения объектов в классах в соответствии с реальной характеристикой СИТ (проведении операции свертки). Более того, вероятность ошибочных решений $P^*_{\text{ош}} = P_{\text{ош}} + \Delta P_{\text{ош}}$, на основании которой определяется достоверность диагностирования $D = 1 - P^*_{\text{ош}}$, пропорциональна длине эквивалентных интервалов, что позволяет непосредственно сопоставлять СИТ между собой.

Процедура оценивания и соответствующего выбора “инструментария” является первым шагом в процессе повышения достоверности диагностирования. Следующий этап предполагает разработку методов повышения достоверности на основании проведенного анализа и установления областей ошибочных решений.

Как известно, в настоящее время в области информационно-измерительных систем широкое применение получили структурно-алгоритмические методы повышения точности и достоверности [3].

Целью данной группы методов является приведение соотношения между результатом измерения диагностического признака и заданным критическим значением к соответствию, которое имело место до измерения. Предлагаемый структурно-алгоритмический метод повышения достоверности диагностирования состоит в том, что критическое значение $x_{\text{кр}}$ реально смещается адекватно сдвигу возможных результатов измерения значений диагностического признака из-за влияния инструментальной погрешности СИТ.

Адекватный сдвиг критического значения может быть выполнен с использованием вспомогательной величины x_0 двумя путями: аддитивным смещением $x_{\text{кр}}$ (аддитивная коррекция) и смещением, направленным на компенсацию смещения и деформации реальной характеристики СИТ $\varphi(x)$ под влиянием погрешности (мультипликативная коррекция). В первом случае смещение достигается путем введения поправки, значение которой пропорционально погрешности и является разностью между реальным результатом преобразования вспомогательной величины $\varphi(x_0)$ и номинальным результатом $\varphi_0(x_0)$. В случае мультипликативной коррекции вводится поправочный множитель, представляющий собой частное от деления уже упомянутых величин: результата преобразования вспомогательной величины $\varphi(x_0)$ и номинального значения $\varphi_0(x_0)$.

II Исследование эффективности аддитивной и мультипликативной коррекции

Оценим эффективность алгоритмов аддитивной и мультипликативной коррекции, направленных на устранение влияния инструментальной погрешности, введя соответствующие коэффициенты $\eta^{\text{а}}$ и $\eta^{\text{м}}$, представляющие собой отношения значений вероятностей ошибочных решений $P^*_{\text{ош}} = P_{\text{ош}} + \Delta P_{\text{ош}}$ до коррекции и после ее проведения:

$$\eta^{\text{а}} = \frac{P_{\text{ош}} + \Delta P_{\text{ош}}}{P_{\text{ош}} + \Delta P^{\text{а}}_{\text{ош}}} = \frac{1+\mu}{1+\dfrac{\mu}{\tau^{\text{а}}}} = 1 + \frac{\mu\cdot(\tau^{\text{а}}-1)}{\mu+\tau^{\text{а}}}, \tag{1}$$

$$\eta^{\text{м}} = \frac{P_{\text{ош}} + \Delta P_{\text{ош}}}{P_{\text{ош}} + \Delta P^{\text{м}}_{\text{ош}}} = \frac{1+\mu}{1+\dfrac{\mu}{\tau^{\text{м}}}} = 1 + \frac{\mu\cdot(\tau^{\text{м}}-1)}{\mu+\tau^{\text{м}}}, \tag{2}$$

где $\mu = \dfrac{\Delta P_{\text{ош}}}{P_{\text{ош}}}$, $\tau^{\text{а}} = \dfrac{\Delta P_{\text{ош}}}{\Delta P^{\text{а}}_{\text{ош}}}$, $\tau^{\text{м}} = \dfrac{\Delta P_{\text{ош}}}{\Delta P^{\text{а}}_{\text{ош}}}$.

Исследование эффективности проведем при условии равенства вероятностей ошибок первого и второго рода $(\alpha = \beta)$, так как в этом случае наблюдаются наименьшие значения методической составляющей вероятности ошибочных решений $P_{\text{ош}}$ и инструментальных составляющих $\Delta P_{\text{ош}}$ (до коррекции), $\Delta P^{\text{а}}_{\text{ош}}$ и $\Delta P^{\text{м}}_{\text{ош}}$ (после коррекции) и, следовательно, возможно изучение предельных возможностей алгоритмов коррекции. Как показано в [2], в этом случае отношения вероятностей $\Delta P_{\text{ош}}$ и $\Delta P^{\text{а}}_{\text{ош}}$ ($\Delta P_{\text{ош}}$ и $\Delta P^{\text{м}}_{\text{ош}}$) могут быть заменены отношениями квадратов эквивалентных интервалов смещения $\theta_{\text{кр}} = f(\Delta, \gamma, x_{\text{кр}}, x_0)$ и $\theta^{\text{а}}_{\text{кр}} = f(\gamma, x_{\text{кр}}, x_0)$ для аддитивной коррекции и $\theta_{\text{кр}}$ и $\theta^{\text{м}}_{\text{кр}} = f(\Delta, x_{\text{кр}}, x_0)$ – для мультипликативной:

$$\tau^{\text{а}} = \frac{\Delta P_{\text{ош}}}{\Delta P^{\text{а}}_{\text{ош}}} = \frac{\theta^2_{\text{кр}}}{(\theta^{\text{а}}_{\text{кр}})^2} = \frac{(1+\lambda)^2}{\delta_0^2}, \tag{3}$$

$$\tau^{\text{м}} = \frac{\Delta P_{\text{ош}}}{\Delta P^{\text{м}}_{\text{ош}}} = \frac{\theta^2_{\text{кр}}}{(\theta^{\text{м}}_{\text{кр}})^2} = \frac{(1+\lambda)^2\cdot(1+\delta_0)^2}{\lambda^2\cdot\delta_0^2}, \tag{4}$$

где $\lambda = \dfrac{\Delta\cdot(1+\gamma)}{\gamma\cdot x_{\text{кр}}}$, $\delta_0 = \dfrac{x_0 - x_{\text{кр}}}{x_{\text{кр}}}$.

Как видно из приведенных выражений, коэффициенты $\tau^{\text{а}}$ и $\tau^{\text{м}}$, являющиеся функциями двух переменных λ и δ_0 во второй степени, могут иметь только положительные значения.

Вначале проанализируем случай аддитивной коррекции. Нужно отметить, что функция $\tau^{\text{а}} = f(\lambda,\ \delta_0)$ обладает следующими особенностями:

- в точках, лежащих на прямой $\lambda = -1$, ее значение равно 0;
- в точках, лежащих на прямой $\delta_0 = 0$, значение $\tau^{\text{а}}$ стремится к бесконечности;
- при $\lambda = -1$ и $\delta_0 = 0$ ее значение в пределе стремится к 1.

Очевидно, что коррекция может считаться эффективной только в том случае, когда значения вероятности ошибочных решений после коррекции будут меньше, чем до нее. Следовательно, аддитивная коррекция может быть признана эффективной в случае, когда $\tau^{\text{а}} > 1$. К этому же выводу можно прийти и на основании анализа неравенства $\eta^{\text{а}} > 1$, из которого следует, что

$$\frac{\mu\cdot(\tau^{\text{а}}-1)}{\mu+\tau^{\text{а}}} > 0.$$

Так как знаменатель выражения в левой части неравенства имеет только положительные значения, на знак неравенства влияет числитель того же выражения:

$$\mu\cdot(\tau^{\text{а}}-1) > 0.$$

Решением данного неравенства могут быть две системы неравенств:

$$\begin{cases}\mu > 0 \\ \tau^{a} - 1 > 0\end{cases} \text{ или } \begin{cases}\mu < 0 \\ \tau^{a} - 1 < 0\end{cases}.$$

Поскольку теоретически областью допустимых значений коэффициента μ является интервал $(0; \infty)$, а значение, равное 0, достигается только при условии отсутствия погрешности восприятия и из рассмотрения исключается, вторая система не имеет решения, а первое неравенство первой системы является верным.

Решение оставшегося неравенства первой системы будем искать в области изменения переменных δ_0 и λ, ограниченной исходя из следующих соображений. Несмотря на то, что в области измерительной техники приемлемым считается предельное значение погрешности, не превышающее 5%, в задачах диагностики этот предел может быть расширен до 15% с учетом специфики субъекта исследования. Поэтому ограничим диапазон изменения относительного расхождения между значением вспомогательной величины и критического значения диагностического признака δ_0 в пределах от –0,15 до +0,15. Решением второго неравенства первой системы

$$\frac{(\lambda + 1 - \delta_0)\cdot(\lambda + 1 + \delta_0)}{\delta_0^2} > 0$$

будут значения $\lambda \in (-\infty; -(1+\delta_0)) \cup (-(1-\delta_0); \infty)$ и $\delta_0 \in [-0{,}15; 0) \cup (0; 0{,}15]$. Тогда решение системы неравенств относительно трех влияющих на эффективность аддитивной коррекции η^{a} величин μ, δ_0 и λ может быть записано в виде: $\mu \in (0; \infty)$, $\delta_0 \in [-0{,}15; 0) \cup (0; 0{,}15]$ и $\lambda \in (-\infty; -(1+\delta_0)) \cup (-(1-\delta_0); \infty)$. Как видно из приведенных выражений, диапазоны изменения переменных δ_0 и λ не включают точки, в которых достигается нулевое значение η^{a} или возможно появление неопределенности.

В случае мультипликативной коррекции при анализе функции $\tau^{м}$ необходимо отметить следующее:

- в точках, лежащих на прямой $\lambda = 0$, значение $\tau^{м}$ стремится к бесконечности;
- в точках, лежащих на прямой $\delta_0 = -1$, значение $\tau^{м}$ равно 0;
- при $\lambda = 0$ и $\delta_0 = -1$ значение $\tau^{м}$ в пределе стремится к 1.

Мультипликативная коррекция может считаться эффективной только при условии $\tau^{м} > 1$. К этому же выводу можно прийти и на основании анализа неравенства $\eta^{м} > 1$, анализ которого подобен приведенному для аддитивной коррекции. Решением этого неравенства будут следующие значения переменных μ, δ_0 и λ: $\mu \in (0; \infty)$, $\delta_0 \in [-0{,}15; 0) \cup (0; 0{,}15]$ и $\lambda \in (-\infty; -(1+\delta_0)) \cup \left(-\left(1 - \frac{\delta_0}{1+2\delta_0}\right); 0\right) \cup (0; \infty)$. Приведенные выражения для δ_0 и λ также не содержат точки, в которых достигается нулевое значение $\eta^{м}$ или возможно появление неопределенности.

III Сравнительный анализ эффективности аддитивной и мультипликативной коррекции погрешностей

Для сравнения рассматриваемых видов коррекции введем коэффициент η, который является отношением коэффициентов эффективности коррекции η^{a} и $\eta^{м}$:

$$\eta = \frac{\eta^{a}}{\eta^{м}}. \tag{5}$$

Как видно из формулы (5), область возможных значений этого коэффициента разбивается на две подобласти ($\eta \in (0; 1)$ и $\eta \in (1; \infty)$). В первой подобласти более эффективной считается мультипликативная коррекция, а во второй – аддитивная. Граничное значение $\eta = 1$ указывает на то, что применение как аддитивной, так и мультипликативной коррекции дает одинаковый результат.

В предыдущем пункте были определены интервалы изменения переменных μ, δ_0 и λ, на которых эффективны аддитивная и мультипликативная коррекции по отдельности. Для сравнения этих алгоритмов необходимо выделить интервалы совместного изменения. Следовательно, областью определения, на которой проведем исследование изменения коэффициента η будет: $\lambda \in (-\infty; -(1+\delta_0)) \cup (-(1-\delta_0); 0) \cup (0; \infty)$,

$\mu \in (0; \infty)$ и $\delta_0 \in [-0{,}15; 0) \cup (0; 0{,}15]$. Упростим формулу (5), воспользовавшись выражениями для $\tau^{а}$ и $\tau^{м}$, определяемыми формулами (3) и (4) соответственно. Будем иметь:

$$\eta = \frac{\tau^{а} \cdot (\tau^{м} + \mu)}{\tau^{м} \cdot (\tau^{м} + \mu)} = \frac{(1+\lambda)^2 \cdot (1+\delta_0)^2 + \mu \cdot \lambda^2 \cdot \delta_0^2}{(1+\delta_0)^2 \cdot ((1+\lambda)^2 + \mu \cdot \delta_0^2)}. \tag{6}$$

К особенностями областей определения и возможных значений рассматриваемого коэффициента можно отнести следующее:

- в точках, лежащих на прямой $\delta_0 = -1$, значение η стремится к бесконечности;
- при $\lambda = 0$ и $\delta_0 = -1$ значение η равно 0;
- при $\lambda = -1$ и $\delta_0 = 0$ значение η в пределе стремится к 1.

Как следует из выражения (6), аддитивная коррекция будет более эффективной при условии $\eta > 1$, и, следовательно, должно выполняться следующее неравенство:

$$\frac{\mu \cdot (\tau^{а} - \tau^{м})}{\tau^{м} \cdot (\tau^{а} + \mu)} > 0.$$

Поскольку значения знаменателя в левой части неравенства будут всегда больше нуля, то для обеспечения положительных значений числителя того же выражения необходимо, чтобы выполнялась система неравенств:

$$\begin{cases} \mu > 0 \\ \tau^{а} - \tau^{м} > 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \mu > 0 \\ \dfrac{(1+\lambda)^2 \cdot (\lambda - 1 - \delta_0) \cdot (\lambda + 1 + \delta_0)}{\lambda^2 \cdot \delta_0^2} > 0. \end{cases}$$

Анализ системы показывает, что ее решением будут следующие значения исследуемых переменных: $\mu \in (0; \infty)$, $\delta_0 \in [-0{,}15; 0) \cup (0; 0{,}15]$ и $\lambda \in (-\infty; -(1 + \delta_0)) \cup (1 + \delta_0); \infty)$. Нужно отметить, что диапазоны изменения переменных δ_0 и λ не включают точки, в которых достигается нулевое значение η или возможно появление неопределенности.

При следующем условии будет эффективней мультипликативная коррекция:

$$\mu \cdot (\tau^{а} - \tau^{м}) < 0.$$

Данное неравенство будет справедливым в следующих интервалах изменения переменных μ, δ_0 и λ: $\mu \in (0; \infty)$, $\delta_0 \in [-0{,}15; 0) \cup (0; 0{,}15]$ и $\lambda \in (-(1 - \delta_0); 0) \cup (0; 1 + \delta_0)$.

IV Выводы

Проведенный анализ влияния методических и инструментальных погрешностей СИТ, приводящих к возникновению ошибочных решений в процессе диагностирования, показал, что различия в эффективности разных видов коррекции наблюдаются в основном для коэффициента $\lambda = \dfrac{\Delta \cdot (1+\gamma)}{\gamma \cdot x_{кр}}$, характеризующего соотношение аддитивной и мультипликативной составляющих погрешности. Так, для аддитивной коррекции диапазон изменения λ шире, чем для мультипликативной, поэтому в большинстве случае целесообразно применение именно аддитивной коррекции.

Литература: ***1.*** *Володарский Е. Т., Кириченко Е. Е. Оценка влияния погрешности восприятия на достоверность диагностирования // Техн. электродинамика. – 2002. – Тематический выпуск. – Проблемы современной электротехники. – Ч.2. – С. 117–120.* ***2.*** *Володарський Є. Т., Кириченко О. Є. Підвищення вірогідності діагностування об'єктів // Вісник Технологічного університету Поділля. – 2002. – № 3. – Т.2. – С. 70–74.* ***3.*** *Метрологічне забезпечення вимірювань і контролю: Навчальний посібник / Володарський Є. Т., Кухарчук В. В., Поджаренко В. О., Сердюк Г. Б. – Вінниця: Велес, 2001. – 219 с.*